

Die Methode des internen Zinsfußes – Wahrheiten und Irrtümer (Teil I)

– Dipl.-Ing. Hans-Martin Herbel, demark AG/Grünwald bei München –

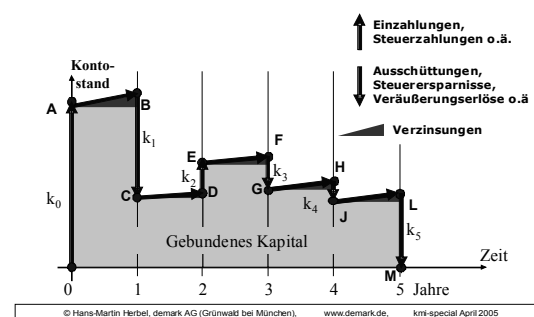
Die Methode des internen Zinsfußes (englisch IRR-Methode, internal rate of return) wird in letzter Zeit des öfteren geißelt, weil sie vermeintlich unterstelle, "daß die Ausschüttungen zum internen Zinsfuß wieder angelegt werden" und daher die "Renditeberechnungen um so unrealistischer" würden, "je höher die Prognoserendite ausfällt". Nachfolgend soll (mathematisch) bewiesen werden, daß diese Aussage falsch ist. Darüber hinaus wird aber auch gezeigt, wo die eigentliche (jedoch selten auftretende) Schwäche der internen Zinsfußmethode liegt und daß es diese Schwäche ist, die irrtümlich zu der oben zitierten falschen Aussage führt. Einer neuen Renditeberechnungsmethode bedarf es deshalb aber nicht, da es bereits eine Methode gibt, die diese Schwäche vermeidet. Zunächst aber zu den mathematischen Grundlagen:

2. Mathematische Grundlagen

Jede Kapitalanlage kann man als ein virtuelles Konto darstellen. Vor Beginn und nach Beendigung der Kapitalanlage ist der Kontostand Null. Alle Zahlungen, die der Kapitalanleger im Zusammenhang mit der Kapitalanlage leistet, sind als Einzahlungen auf dieses Konto zu verstehen und erhöhen somit den Kontostand (etwa: Einlage(n) in die Kapitalanlage, Steuerzahlungen etc.). Alle Kapitalströme, die der Anleger aus der Kapitalanlage erhält, sind Konto-Auszahlungen, vermindern also den Kontostand (etwa: Ausschüttungen, Veräußerungserlöse, Steuererstattungen etc.). Zwischen den einzelnen Kontobewegungen wird der jeweilige Kontostand (=das zum jeweiligen Zeitpunkt 'gebundene Kapital') mit einem festen Zinssatz verzinst (dies ist der interne Zinssatz bzw. der 'interne Zinsfuß', auch 'Effektivzins' genannt). Der sich jeweils zwischenzeitlich angehäuften Zins wird im Zeitpunkt der jeweils nächsten Kontobewegung auf den Kontostand aufgeschlagen, bevor die Kontobewegung dann den Kontostand nach oben oder unten verändert (siehe hierzu Graphik 1). Nehmen wir an, wir hätten ein Konto mit einem festen Zinssatz von 5,0 % p.a. Alle Zahlungsströme sollen der Einfachheit halber in gleichen Zeiträumen ablaufen, nehmen wir also hier einmal jeweils eine Differenz von einem Jahr an, so daß die Kapitalanlage nach 5 Jahren 'endet' und das Konto erneut auf 0 steht, also 'aufgelöst' werden kann. Diese Einschränkung geschieht vorübergehend lediglich zum besseren Verständnis, es wird dadurch nichts falsch. Die später dargestellte Formel gilt selbstverständlich für beliebige Zeiträume. Die Graphik soll nun zusammen mit der Zahlentabelle Punkt für Punkt erläutert werden:

		interner Zins →	5,00%	
Jahr	Verzinsung / Kapitalstrom	Zahlungsströme	Kontostand	Punkt
0			0	0
0	k_0	80	80	A
1	Verzinsung		84	B
1	k_1	-44	40	C
2	Verzinsung		42	D
2	k_2	18	60	E
3	Verzinsung		63	F
3	k_3	-13	50	G
4	Verzinsung		52,5	H
4	k_4	-2,5	50	J
5	Verzinsung		52,5	L
5	k_5	-52,5	0	M

Graphik 1



Zum Zeitpunkt Null (0) wird der Kontostand durch eine Einzahlung $k_0 = 80$ auf den Kontostand des Punktes $A=80$ erhöht. Dieser Kontostand wird nun bis zum Zeitpunkt 1 lediglich durch die aufgelaufenen Zinsen, die auf den Kontostand A angefallen sind ($5\% \cdot 80 = 4$), bis auf Punkt $B=84$ erhöht. Gleichzeitig erfolgt jedoch,

ausgehend von Punkt B, eine Kontoauszahlung $k_1 =$ minus 44 nach Punkt C=40. Zwischen Zeitpunkt 1 und 2 wird also nun nur noch das Kapital gemäß Kontostand C mit 5,0 % p.a. verzinst (5 % * 40 = 2), worauf der Kontostand zum Zeitpunkt 2 auf die Höhe D=42 anwächst. Im selben Zeitpunkt 2 wird nunmehr mit einer weiteren Einzahlung $k_2 = 18$ der Kontostand auf E=60 erhöht, welcher sich dann mit dem festen Zinssatz 5 % (Zinsen also 5 % * 60 = 3) bis zum Zeitpunkt 3 auf F=63 weiterentwickelt. Dies geht nun so weiter, bis das Ende der Kapitalanlage zum Zeitpunkt 5 mit dem Kontostand M=0 erreicht bzw. abgeschlossen ist.

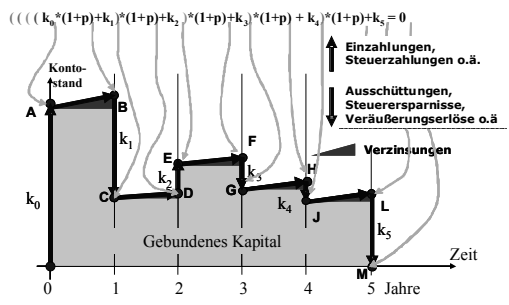
Nachfolgend sollen die einzelnen Kontostände A bis M mathematisch beschrieben werden. P bedeutet dabei den Zinssatz, bspw. ergibt ein Zinssatz von 5,0 % $\rightarrow p = 0,05$. Wichtig: Die Kapitalströme k_i (i=0 bis 5) beinhalten über ihr Vorzeichen die Ein- (+) bzw. Auszahlungseigenschaft (-), also z.B. $k_0 = + 80$ und $k_1 = -44$):

Zeitpunkt	Zeitpunkt 0:	Zeitpunkt 1:	Zeitpunkt 2:	Zeitpunkt 3:	Zeitpunkt 4:	Zeitpunkt 5:
Verzinsung		$B = A * (1+p)$	$D = C * (1+p)$	$F = E * (1+p)$	$H = G * (1+p)$	$L = J * (1+p)$
Kapitalfluß	$A = k_0$	$C = B + k_1$	$E = D + k_2$	$G = F + k_3$	$J = H + k_4$	$M = L + k_5 = 0$ (!)

Setzt man nun für die Beschreibung des Punktes M alle vorangegangenen Gleichungen ein, so ergibt sich:

$$M = (((k_0 * (1+p) + k_1) * (1+p) + k_2) * (1+p) + k_3) * (1+p) + k_4) * (1+p) + k_5 = 0$$

Graphik 2: Kontostand mit Formel



Diese Gleichung ist nebenstehend über den Verlauf des Kontostandes eingefügt worden (Graphik 2). Dabei wurde jedem Kontostand (Punkte A, B, C, usw. bis M) durch Pfeilzuordnung der jeweilige Gleichungsabschnitt zugeordnet. Auf diese Weise sollte es für den Leser möglich sein, Gleichung und graphischen Kontostand Schritt für Schritt verfolgen und verstehen zu können.

Nach Auflösung der Klammern und Verallgemeinerung (aus 5 werden n Zeitpunkte) ergibt sich:

$$\sum_{i=0}^n \frac{k_i}{(1+p)^i} = 0$$

Diese Gleichung ist die allseits bekannte Gleichung für den internen Zinsfuß. Man kann auch sagen: "Die Summe der Barwerte ergibt Null". Gelegentlich wird die Gleichung auch getrennt nach Einzahlungen und Auszahlungen aufgestellt, so daß man sagen kann: "Die Summe der Barwerte der Einzahlungen ist gleich der Summe der Barwerte der Auszahlungen". Ein praktisches Beispiel hierzu ist der Erlaß zu § 2b EStG, der die Formel in der genannten Weise darstellt.

Folgerungen:

- Da der interne Zinsfuß somit der Festzins eines Kontos ist, das die Kontobewegungen und die Kontostände wie in oben beschriebener Weise darstellt, ist es offensichtlich, daß Auszahlungen aus dem Konto (z. B. Ausschüttungen, Dividenden, aber auch Steuererstattungen etc.) nach ihrer Auszahlung nicht mehr verzinst werden. Demnach ist die Behauptung, Ausschüttungen würden in der internen Zinsfußmethode nach ihrer Auszahlung wieder angelegt und das sogar mit eben diesem internen Zinssatz, falsch. Richtig ist vielmehr, daß die Methode des internen Zinsfußes die Verwendung der Ausschüttung nach ihrer Auszahlung in keiner Weise mehr erfaßt, d.h. Ausschüttungen werden unmittelbar 'Konsum'. Sind Ausschüttungen ausgezahlt, verzinst sich intern lediglich das verbleibende (geringere) Kapital mit dem internen Zinsfuß, die ausgezahlte Ausschüttung aber nicht mehr.
- Die Methode des internen Zinsfußes ist vorzeichen-unabhängig in der Weise, daß es lediglich notwendig ist, daß alle Einzahlungen das umgekehrte Vorzeichen aller Auszahlungen haben müssen. Es ist also nicht notwendig, daß etwa alle Einzahlungen das positive Vorzeichen haben. Ein Darlehen hat also denselben internen Zinsfuß (Effektivzins) wie eine Kapitalanlage, die zu den gleichen Zeitpunkten die betragsmäßig gleichen Zahlungsströme wie dieses Darlehen ausweist. **(Beitrag wird fortgesetzt)**

Der Autor ist Vorsitzender des Vorstandes der demark AG, Grünwald bei München, und ist unter info@demark.de erreichbar.

Namentlich gekennzeichnete Beiträge geben nicht in jedem Fall die Meinung der Redaktion wieder.